(b) Dibuje la recta tangente en $(2, 7)$.

(c) Estime la pendiente de esta recta tangente.

(d) Calcule la pendiente de la recta secante que pasa por $(2, 7)$ y $(2.01, (2.01)^3 - 1.0)$.

(e) Encuentre, por medio del proceso de límite (véase el ejemplo 1), la pendiente de la recta tangente en $(2, 7)$.

9. Encuentre las pendientes de las rectas tangentes a la curva $y = x^2 - 1$ en los puntos donde $x = -2, -1, 0, 1, 2$ (véase el ejemplo 2).

10. Encuentre las pendientes de las rectas tangentes a la curva $y = x^3 - 3x$ en los puntos donde $x = -2, -1, 0, 1, 2$.

11. Haga un bosquejo de la gráfica de $y = 1/(x + 1)$ y luego encuentre la ecuación de la recta tangente en $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ (véase el ejemplo 3).

12. Encuentre una ecuación de la recta tangente a $y = 1/(x - 1)$ en $(0, -1)$.

13. Un experimento sugiere que un cuerpo que cae descenderá aproximadamente $16t^2$ pies en t segundos.

(a) ¿Cuánto caerá entre $t = 0$ y $t = 1$?

(b) ¿Cuánto caerá entre $t = 1$ y $t = 2$?

(c) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo $2 \le t \le 3$?

(d) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo $3 \le t \le 3.01$?

(e) Encuentre su velocidad instantánea en $t = 3$ (véase el ejemplo 4).

14. Un objeto viaja a lo largo de una recta de modo que su posición s es $s = t^2 + 1$ metros después de t segundos.

(a) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo $2 \le t \le 3$?

(b) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo $2 \le t \le 2.003$?

(c) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo $2 \le t \le 2 + h$?

(d) Determine su velocidad instantánea en $t = 2$.

15. Suponga que un objeto se mueve a lo largo de un eje coordenado, de modo que su distancia dirigida —medida desde el origen— después de t segundos es $\sqrt{2t + 1}$ pies.

(a) Encuentre su velocidad instantánea en $t = \alpha, \alpha > 0$.

(b) ¿Cuándo alcanzará una velocidad de $\frac{1}{2}$ pie por segundo? (Véase el ejemplo 5).

16. Si una partícula se mueve a lo largo de un eje coordenado, de modo que su distancia dirigida —medida desde el origen— después de t segundos es $(-t^2 + 4t)$ pies, ¿cuándo la partícula está momentáneamente detenida? (Es decir, ¿en qué momento su velocidad instantánea es cero?).

17. Cierto cultivo de bacteria crece de modo que tiene una masa de $\frac{1}{2}t^2 + 1$ gramos después de t horas.

(a) ¿Cuánto creció durante el intervalo $2 \le t \le 2.01$?

(b) ¿Cuál fue la tasa promedio de crecimiento durante el intervalo $2 \le t \le 2.01$?

(c) ¿Cuál fue su tasa instantánea de crecimiento en $t = 2$?

18. Un negocio está prosperando de tal manera que su ganancia total (acumulada) después de t años es $1000t^2$ dólares.

(a) ¿Cuál fue su ganancia durante el tercer año (entre $t = 2$ y $t = 3$)?

(b) ¿Cuál fue su tasa promedio de ganancia durante la primera mitad del tercer año, entre $t = 2$ y $t = 2.5$? (La tasa será en dólares por año).

(c) ¿Cuál fue la tasa instantánea de ganancia en $t = 2$?

19. Un alambre de 8 centímetros de largo es tal que la masa entre su extremo izquierdo y un punto x centímetros a la derecha es de x^3 gramos (véase la figura 12).

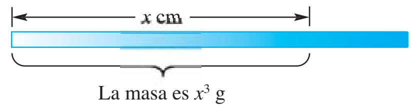

Figura 12

(a) ¿Cuál es la densidad promedio de los dos centímetros centrales, es decir, del centímetro 3 al 5 de este alambre? *Observación*: la densidad promedio es igual a masa/longitud.

(b) ¿Cuál es la densidad real en el punto que se encuentra a 3 centímetros del extremo izquierdo?

20. Suponga que el ingreso $I(n)$ en dólares por producir n computadoras está dado por $I(n) = 0.4n - 0.001n^2$. Encuentre las tasas instantáneas de cambio del ingreso cuando $n = 10$ y $n = 100$. (La tasa instantánea de cambio del ingreso con respecto a la cantidad de producto fabricado se denomina *ingreso marginal*.)

21. La razón (tasa) de cambio de la velocidad con respecto al tiempo se llama **aceleración.** Suponga que la velocidad de una partícula en el instante t está dada por $v(t) = 2t^2$. Encuentre la aceleración instantánea cuando $t = 1$ segundo.

22. Una ciudad es azotada por una epidemia de gripe asiática. Las autoridades estiman que t días después del inicio de la epidemia, el número de personas enfermas con la gripe está dado por $p(t) = 120t^2 - 2t^3$, cuando $0 \le t \le 40$. ¿A qué tasa se expande la gripe en el instante $t = 10$; $t = 20$; $t = 40$?

23. La gráfica de la figura 13 muestra la cantidad de agua en un tanque de la ciudad durante un día que no se bombeó el vital líquido a ese recipiente. ¿Cuál fue la tasa promedio de uso de agua durante el día? ¿Qué tan rápido estaba siendo usada el agua a las 8 A.M.?

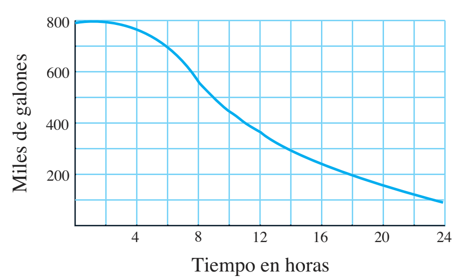

Figura 13

24. Unos pasajeros abordan un elevador en la planta baja (es decir, el piso cero) y lo dejan en el séptimo piso, que se encuentra 84 pies por arriba de la planta baja. La posición del elevador, s como función del tiempo t (medido en segundos), se muestra en la figura 14.

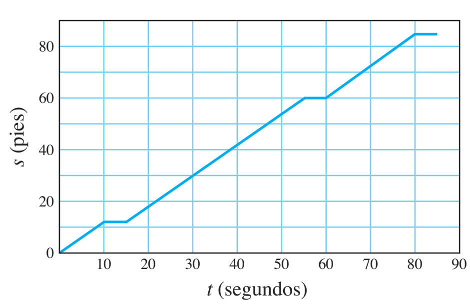

Figura 14

(a) ¿Cuál fue la velocidad promedio del elevador desde el instante que inició a moverse hasta que llegó al séptimo piso?

(b) Aproximadamente, ¿cuál fue la velocidad promedio del elevador en el instante $t = 20$?

(c) ¿Cuántas paradas hizo el elevador entre la planta baja y el séptimo piso (exceptuando la planta baja y el séptimo piso)? ¿En qué pisos cree usted que el elevador se detuvo?

25. La figura 15 muestra la temperatura máxima normal para San Luis, Missouri, como una función del tiempo (medido en días desde el 1 de enero).

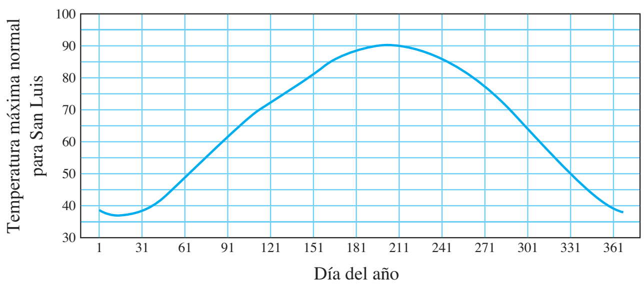

Figura 15

(a) En forma aproximada, ¿cuál es la tasa de cambio de la temperatura máxima normal el 2 de marzo (es decir, en el día número 61)? ¿Cuáles son las unidades de esta tasa de cambio?

(b) Aproximadamente, ¿cuál es la tasa de cambio en la temperatura máxima normal el 10 de julio (es decir, en el día 191)?

(c) ¿En cuáles meses hay un momento en que la tasa de cambio es igual a cero?

(d) ¿En qué meses el valor absoluto de la tasa de cambio es la máxima?

26. La figura 16 muestra la población, en millones, de un país en desarrollo para los años de 1900 a 1999. Aproximadamente, ¿cuál es la tasa de cambio de la población en 1930? ¿Y en 1990? Con frecuencia, el crecimiento porcentual es una medida más apropiada del crecimiento poblacional. Ésta es la tasa de crecimiento dividida entre el tamaño de la población en ese instante. Para esta población, ¿cuál fue el crecimiento porcentual aproximado en 1930? ¿Y en 1990?

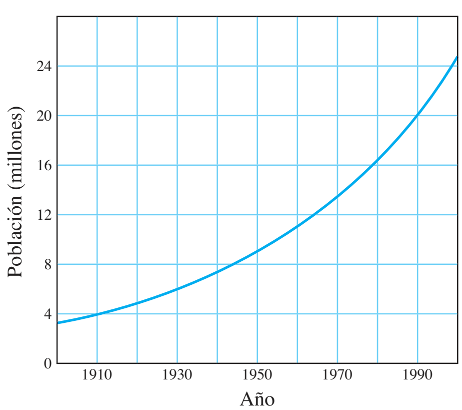

Figura 16

27. Las figuras 17a y 17b muestran la posición s como una función del tiempo t para dos partículas que se mueven a lo largo de una recta. Para cada partícula, ¿la velocidad aumenta o disminuye? Explique.

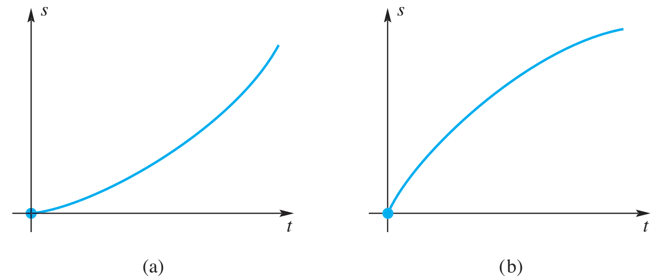

Figura 17

28. La tasa de cambio de la carga eléctrica con respecto al tiempo se denomina **corriente.** Suponga que $\frac{1}{3}t^3 + t$ coulombs de carga fluye a través de una alambre en t segundos. Encuentre la corriente, en amperes (coulombs por segundo) después de 3 segundos. ¿Cuándo se fundirá un fusible de 20 amperes en la línea?

29. Debido a un derrame, el radio de una mancha circular de aceite está creciendo a una velocidad constante de 2 kilómetros por día. ¿A qué velocidad está creciendo el área del derrame 3 días después de que comenzó?

30. El radio de un balón esférico está aumentando a una velocidad de 0.25 pulgadas por segundo. Si el radio es de 0 en el instante $t = 0$, encuentre la tasa de cambio del volumen en el instante $t = 3$.

GC *Utilice una calculadora gráfica (GC) o un* CAS *(sistema de álgebra computacional) para resolver los problemas del 31 al 34.*

31. Dibuje la gráfica de $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$. Después encuentre la pendiente de la recta tangente en

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 3.2

32. Dibuje la gráfica de $y = f(x) = \text{sen}\, x\, \text{sen}^2\, 2x$. Después encuentre la pendiente de la recta tangente en

(a) $\pi/3$ (b) 2.8 (c) π (d) 4.2

33. Si un punto se mueve a lo largo de una recta, de modo que su distancia s (en pies) desde 0 está dada por $s = t + t\cos^2 t$ a los t segundos, encuentre su velocidad instantánea en $t = 3$.

34. Si un punto se mueve a lo largo de una recta, de modo que su distancia s (en metros) desde 0 está dada por $s = (t + 1)^3/(t + 2)$ a los t minutos, encuentre su velocidad instantánea en $t = 1.6$.

Respuestas a la revisión de conceptos: **1.** recta tangente **2.** secante **3.** $[f(c + h) - f(c)]/h$ **4.** velocidad promedio